

Vordiplomsklausur in Physik

Montag, 25. Juli 2005, 09.00-11:00 Uhr

für den Studiengang: Maschinenbau/Mechatronik-Intensiv

(bitte deutlich schreiben)

Name: Muster -

Vorname: Lösung

Matrikel-Nr.: _____

Fachrichtung: _____

Hörsaal: _____

Anzahl der abgeschl.

Fachsemester: _____

Sitz-Nr.: _____

Aufgabe	Titel	Punktzahl	Vork.	Endk.
1	Zustandsänderung eines idealen Gases (5 Punkte)			
2	Zylinderkondensator (5 Punkte)			
3	Elektrischer Dipol (5 Punkte)			
4	Induktion (6 Punkte)			
5	RL-Wechselstromkreis (5 Punkte)			
6	Laufende Welle (4 Punkte)			
7	Elektrische Schaltungen (5 Punkte)			
8	Beugung (5 Punkte)			
S	Summe der Klausurpunkte (von 40 Punkten)			
B	Bonuspunkte Übungen (2 Punkte)			
G	Gesamtsumme			
	Endnote			

Mit der Bekanntgabe der Klausurergebnisse (nur Matrikel-Nummern) durch Aushang am Schwarzen Brett bin ich einverstanden (diesen Satz ggf. streichen).

Unterschrift: _____

Die Lösungen sind in die angehefteten Reserveblätter einzutragen. Benutzen Sie die im Aufgabentext verwendeten Symbole, definieren Sie zusätzlich benutzte Größen. Erläutern Sie Ihre Formeln/Skizzen!

Erlaubte Hilfsmittel: Schreibgerät, Taschenrechner, aber: keine Nutzung von Programmfunktionen im Taschenrechner (bei Nichtachtung gilt die Klausur als nicht bestanden).

1 Zustandsänderungen eines idealen Gases

Das Anfangsvolumen V_1 eines idealen Gases bei einem Druck $p_1 = 400 \text{ bar}$ wird isotherm auf das Volumen $V_2 = 4 \cdot V_1$ ausgedehnt.

- (a) Berechnen Sie den sich einstellenden Druck p_2 . (1 Punkt)
- (b) Zeigen Sie allgemein, dass für die pro Mol verrichtete Arbeit ΔW_M bei der isothermen Expansion eines idealen Gases vom Volumen V_1 auf das Volumen V_2 bei der Temperatur T gilt: $\Delta W_M = RT \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$ (2 Punkte)

Ein ideales Gas wird in einem Kreisprozess aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten periodisch expandiert und komprimiert. Der Prozess startet mit der isothermen Expansion.

- (c) Skizzieren Sie das pV-Diagramm dieses Kreisprozesses und zeichnen Sie die Richtung ein, in der der Kreisprozess durchlaufen wird. (1 Punkt)
- (d) Welcher Fläche entspricht bei einem Umlauf die bei dem Kreisprozess gewonnene mechanische Arbeit? (1 Punkt)

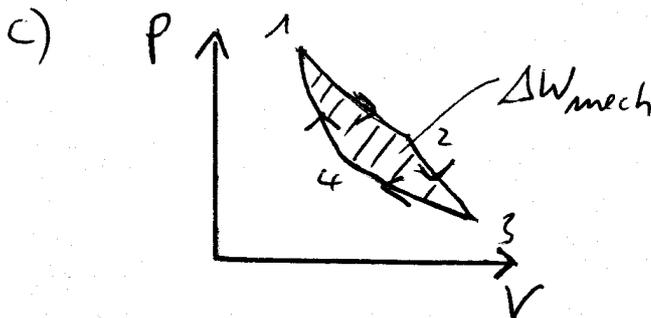
$$a) \quad p \cdot V = R \cdot T \quad T = \text{const.}$$

$$\Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow p_2 = \frac{1}{4} p_1 = \underline{\underline{100 \text{ bar}}}$$

$$b) \quad \Delta W = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{R \cdot T}{V} dV$$

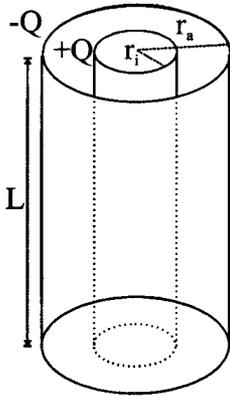
$$= -R \cdot T [\ln V_2 - \ln V_1] = \underline{\underline{R \cdot T \ln \frac{V_1}{V_2}}}$$



d) /// siehe c)

2 Zylinderkondensator

Gegeben sei ein Zylinderkondensator der Länge L bestehend aus zwei konzentrischen Leiterflächen. Die innere Fläche trage die Ladung $+Q$ und habe einen Radius r_i , der äußere Leiter trägt die Ladung $-Q$ und habe einen Radius r_a .



- (a) Wie lautet allgemein das Gaußsche Gesetz? (1 Punkt)
- (b) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes das elektrische Feld $E(r)$ im Abstand $r_i < r < r_a$ zwischen den Kondensatorflächen. (2 Punkte)
- (c) Zeigen Sie, dass für die Kapazität des Kondensators gilt:
 $C = 2\pi\epsilon_0 L (\ln \frac{r_a}{r_i})^{-1}$
 (1 Punkt)
- (d) Berechnen Sie die so im Kondensator gespeicherte elektrische Energie W_{el} .
 (1 Punkt)

Hinweis: Es sei $L \gg r_a$, so dass das elektrische Feld im Inneren des Kondensators als radialsymmetrisch angenommen werden kann.

$$a) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$b) \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \underset{\vec{E} \parallel d\vec{A}}{E(r) \cdot 2\pi r L} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r \cdot L}$$

c) Berechne die Potentialdifferenz U :

$$U = \int_{r_i}^{r_a} E(r) dr = \int_{r_i}^{r_a} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r \cdot L} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} [\ln r_a - \ln r_i]$$

$$\Rightarrow U = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i}}{2\pi\epsilon_0 L} \cdot Q \quad \text{mit } Q = C \cdot U$$

$$\text{folgt: } C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$$

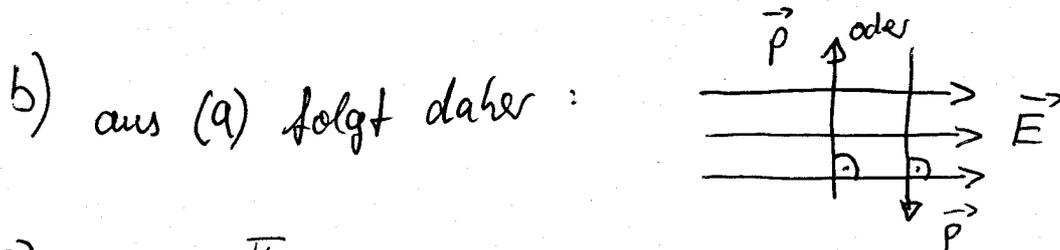
$$d) \quad W_{el} = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i}}{4\pi\epsilon_0 L} Q^2$$

3 Elektrischer Dipol

- (a) Berechnen Sie in der Einheit Nm das maximale Drehmoment, das ein Dipol mit dem elektrischen Dipolmoment von $|\vec{p}| = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Cm erfährt, wenn dieser in ein homogenes elektrisches Feld der Stärke $|\vec{E}| = 10^6$ V/m eingebracht wird. (2 Punkte)
- (b) Zeichnen Sie für den Fall des maximalen Drehmomentes den Vektor des Dipolmomentes \vec{p} relativ zum Vektor des elektrischen Feldes \vec{E} . (1 Punkt)
- (c) Wie groß ist die Arbeit W (in der Einheit J), welche verrichtet werden muss, um einen Dipol, welcher in Richtung des obigen Feldes ausgerichtet ist, in antiparalleler Richtung zum elektrischen Feld zu drehen. (2 Punkte)

$$a) \quad |\vec{D}| = |\vec{p} \times \vec{E}| = |\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \cdot \sin \alpha$$

$$|\vec{D}_{\max}| \underset{\substack{\uparrow \\ \alpha = 90^\circ}}{=} |\vec{p}| \cdot |\vec{E}| = \underline{\underline{6,2 \cdot 10^{-24} \text{ Nm}}}$$



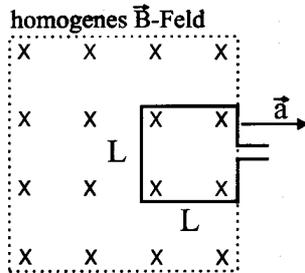
$$c) \quad W = \int_0^\pi |\vec{D}| \cdot d\alpha = \left[-|\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \cdot \cos \alpha \right]_0^\pi$$

$$= |\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \left[-\cos \pi + \cos 0 \right] = 2 \cdot |\vec{p}| \cdot |\vec{E}|$$

$$= 1,24 \cdot 10^{-23} \text{ Nm} = \underline{\underline{1,24 \cdot 10^{-23} \text{ J}}}$$

4 Induktion

Eine quadratische Leiterschleife mit der Kantenlänge $L = 25 \text{ cm}$ befindet sich, wie in der Abbildung gezeigt, in einem räumlich begrenzten homogenen Magnetfeld der Stärke $B = 1 \text{ T}$.



(a) Geben Sie die allgemeine Definition für den magnetischen Fluss Φ_m durch eine Leiterschleife an. (1 Punkt)

(b) Wie lautet allgemein das Induktionsgesetz? (1 Punkt)

(c) Die Leiterschleife wird, wie in der Abbildung gezeigt, mit der konstanten Beschleunigung $a = 1 \text{ m/s}^2$ aus dem Feld herausgezogen. Geben Sie einen Ausdruck für die Zeitabhängigkeit des magnetischen Flusses Φ_m durch die Leiterschleife an. (2 Punkte)

(d) Zeigen Sie, dass für die induzierte Spannung U_{ind} in der Leiterschleife gilt: $U_{ind}(t) = BLat$. (1 Punkt)

(e) Geben Sie den Wert von U_{ind} zu dem Zeitpunkt an, wenn die Leiterschleife gerade vollständig das Magnetfeld verlässt. (1 Punkt)

$$a) \quad \Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$b) \quad U_{ind} = - \frac{d}{dt} \Phi_m = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$c) \quad \Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \left(L^2 - \frac{a}{2} t^2 \cdot L \right)$$

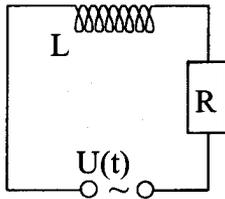
$$d) \quad U_{ind} = - \frac{d}{dt} \Phi_m = - \frac{d}{dt} \left[B \left(L^2 - \frac{a}{2} t^2 \cdot L \right) \right]$$

$$= BLat$$

e) Berechne die Zeit t zu der die Leiterschleife das \vec{B} -Feld verlässt: $\frac{a}{2} t^2 = L \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$ Einsetzen in d) liefert:

$$U_{ind} = L \cdot B \cdot \sqrt{2aL} = \underline{\underline{0,18 \text{ V}}}$$

5 RL-Wechselstromkreis



In einem Wechselstromkreis befindet sich eine Induktivität $L = 1 \text{ mH}$ und ein in Reihe geschalteter Widerstand $R = 1 \Omega$. Die anliegende cosinusförmige Wechselspannung hat einen Effektivwert von $U_{\text{eff}} = 2 \text{ V}$ und die Kreisfrequenz $\omega = 1000 \text{ s}^{-1}$.

- (a) Geben Sie einen Ausdruck für den komplexen Gesamtwiderstand $Z(\omega)$ an und zeichnen Sie diesen in der komplexen Ebene.
(2 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie die Phase δ zwischen Strom und Spannung.
(1 Punkt)
- (c) Berechnen Sie den Maximalwert I_0 der Stromstärke $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \delta)$ in der Schaltung.
(2 Punkte)

a) $Z(\omega) = R + i\omega L = \underline{\underline{(1+i)\Omega}}$

b) $\tan \delta = \frac{j\text{Im}}{\text{Re}} = \frac{\omega L}{R} = 1 \Rightarrow \arctan 1 = \delta = \underline{\underline{45^\circ}}$

c) Berechne zunächst den Maximalwert U_0 mit

$$U_0 = \sqrt{2} U_{\text{eff}}$$

$$\Rightarrow \text{Ohmsches Gesetz: } I(t) = \frac{\sqrt{2} U_{\text{eff}}}{|Z|} \cdot \cos(\omega t - \delta)$$

$$|Z| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = \Omega \sqrt{1^2 + 1^2} = \underline{\underline{\sqrt{2} \Omega}}$$

$$\Rightarrow I_0 = \frac{\sqrt{2} U_{\text{eff}}}{|Z|} = \frac{\sqrt{2} U_{\text{eff}}}{\sqrt{2} \Omega} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}$$

6 Laufende Welle

Eine harmonische Transversalwelle breitet sich mit der Phasengeschwindigkeit $c = 6 \text{ m/s}$ in positiver x -Richtung aus. Die Auslenkung $\psi(x, t)$ ist am Ort $x = 0$ und zum Zeitpunkt $t = 0$ Null und wächst bei $x = 0$ für Zeiten $t > 0$ zunächst an. Die Wellenlänge ist $\lambda = 0,6 \text{ m}$ und die maximale Amplitude ist $\psi_0 = 0,1 \text{ m}$.

- (a) Wie groß sind die Frequenz ω und die Wellenzahl k der Welle? Berechnen Sie die Schwingungsdauer T eines in der Welle angeregten schwingenden Teilchens? (1 Punkt)
- (b) Geben Sie die Wellenfunktion $\psi(x, t)$ für diese Welle an. (1 Punkt)
- (c) Welche Auslenkung ψ_1 liegt am Ort mit der Koordinate $x = 9 \text{ m}$ zu der Zeiten $t_1 = 5 \text{ s}$ vor? (2 Punkte)

$$a) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10,5 \text{ m}^{-1} = \underline{\underline{3\frac{1}{3}\pi \text{ m}^{-1}}}$$

$$\omega = k \cdot c = 62,8 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{20\pi \text{ s}^{-1}}}$$

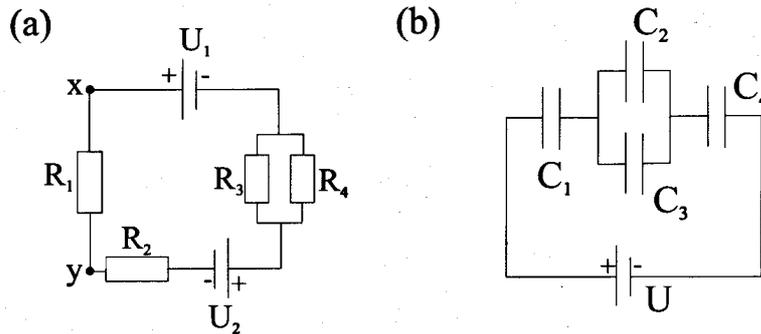
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \underline{\underline{0,1 \text{ s}}}$$

$$b) \quad \psi(x, t) = \psi_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$c) \quad \psi_1(9 \text{ m}, 5 \text{ s}) = \psi_0 \sin(30\pi - 100\pi) = \psi_0 \sin(-70\pi)$$

$$\underline{\underline{\psi_1 = 0}}$$

7 Elektrische Schaltungen



- (a) Bestimmen Sie jeweils den Gesamtwiderstand der in der Abbildung (a) gezeigten parallel ($R_3 = R_4 = 10 \Omega$) und in Reihe ($R_1 = 3 \Omega$; $R_2 = 2 \Omega$) geschalteten Widerstände. (1 Punkt)
- (b) Berechnen Sie den Strom und den Spannungsabfall zwischen den beiden Punkten x und y in der Schaltung (a). Nehmen Sie dazu für die beiden Spannungsquellen $U_1 = 5 \text{ V}$ und $U_2 = 3 \text{ V}$ an. (2 Punkte)
- (c) Berechnen Sie die Gesamtkapazität der in der Abbildung (b) gezeigten Schaltung mit $C_1 = 2 \text{ nF}$, $C_2 = C_3 = 1 \text{ nF}$ und $C_4 = 2 \text{ nF}$. (1 Punkt)
- (d) Berechnen Sie die Ladung auf dem Kondensator mit der Kapazität C_1 in der Schaltung (b), wenn die Spannungsquelle eine Spannung $U = 1 \text{ V}$ liefert. (1 Punkt)

$$a) \quad R_{12} = R_1 + R_2 = \underline{\underline{5 \Omega}}$$

$$R_{34}^{-1} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) \Omega^{-1} = \frac{2}{10} \Omega^{-1} = \frac{1}{5} \Omega^{-1}$$

$$\Rightarrow R_{34} = \underline{\underline{5 \Omega}}$$

- b) Wende die Maschenregel an um den Strom I durch die Schaltung zu bestimmen!

$$U_1 = U_2 + R_{12} \cdot I + R_{34} \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_1 - U_2}{R_{12} + R_{34}}$$

$$\Rightarrow I = \underline{\underline{0,2 \text{ A}}} = I_{xy}$$

$$\Rightarrow U_{xy} = R_1 \cdot I_{xy} = 0,6 \text{ V}$$

c) nächste Seite ...

7 Elektrische Schaltungen

- c) Berechne die Gesamtkapazität C_{23} der beiden parallel geschalteten Kondensatoren:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2 \text{ nF}$$

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{\text{nF}}$$

$$\Rightarrow C_{\text{ges}} = \frac{2}{3} \text{ nF}$$

- d) Die Ladung Q_1 auf C_1 entspricht der Gesamtladung Q_{ges} :

$$Q_{\text{ges}} = C_{\text{ges}} \cdot U = \frac{2}{3} \cdot 10^{-9} \text{ C} = Q_1$$

8 Beugung

Ein paralleles Lichtbündel mit der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ fällt senkrecht auf ein Beugungsgitter mit 500 Linien/mm.

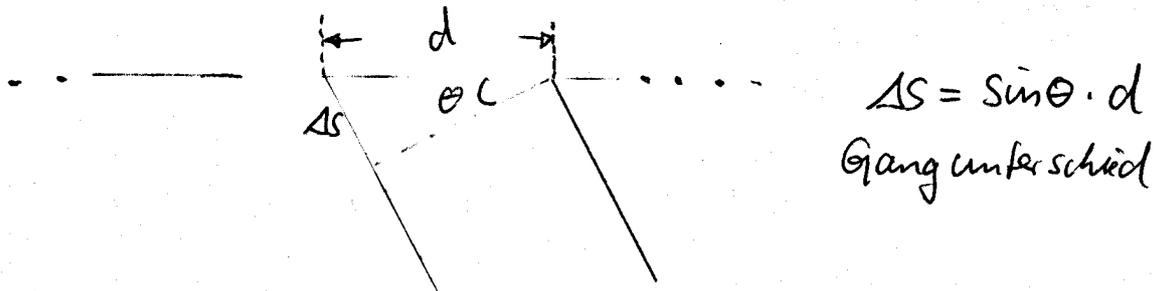
- (a) Unter welchem Winkel θ zur Flächennormalen des Beugungsgitters ist das Beugungsminimum erster Ordnung der angegebenen Wellenlänge zu erwarten? (2 Punkte)
- (b) Wie groß ist die höchstmögliche zu beobachtende Beugungsordnung?
Hinweis: $\sin \theta < 1$ (1 Punkt)

Betrachten Sie nun ein paralleles Lichtbündel der Wellenlänge λ , welches senkrecht auf einem Einzelspalt der Breite b fällt und dort gebeugt wird.

- (c) Unter welchem Winkel θ zur Einfallrichtung findet man das erste Intensitätsminimum des gebeugten Lichts? (2 Punkte)

a) Berechne zunächst den Spalt/Linienabstand d :

$$d = \frac{1}{500} \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$



Bedingung für destruktive Interferenz:

$$\sin \theta \cdot d = \frac{2m+1}{2} \cdot \lambda \quad \text{hier } m=0 \text{ 1. Beugungs-}$$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2d} \quad \text{minimum.}$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d}\right) = 9,1^\circ$$

b) $\sin \theta = m \cdot \frac{\lambda}{d}$ für Beugungsmaximum.

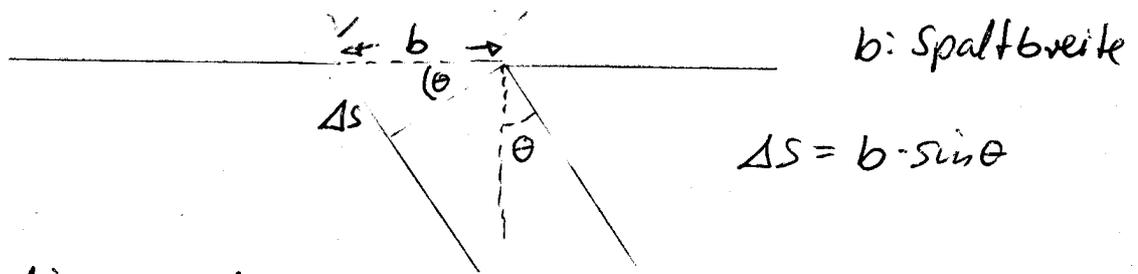
$$\Rightarrow m \cdot \frac{\lambda}{d} \leq 1 \quad \Rightarrow m \leq \frac{d}{\lambda} = 3,16$$

\Rightarrow die dritte Beugungsordnung ist noch zu beobachten.

c) siehe nächste Seite

8 Beugung

c)



Bedingung für Beugungsminimium:

$$b \cdot \sin \theta = \lambda \cdot m \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\sin \theta = m \cdot \frac{\lambda}{b} \quad \text{hier } m = 1$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{b}$$