

0 Einführung

Vorteile von optischen Systemen

- schnell: Licht breitet sich mit $v = 300.000 \text{ km/s}$ aus
- gute Modulationsmöglichkeit: z.B. $40 \text{ GHz} \hat{=} 40 \text{ GBit/s}$ in Glasfasern, im Labor realisiert: Modulation im THz-Bereich
- störungsfreie Ausbreitung: keine Wechselwirkung von Lichtstrahlen untereinander (gilt in linearen Materialien); Ausbreitung über große Distanzen möglich (realisiert wurden Femtosekunden-Lichtpulse (Solitonen) in 64.000 km langen Glasfasern)
- parallele Datenstrukturen, z.B. für Computer/Bildverarbeitung
- hohe Speicherkapazität: Optische Speicher erlauben hohe Datendichten in 2D- und 3D-Medien ("Holographie"), typischer Wert: $1 \text{ Bit}/\lambda^3$ (λ : Lichtwellenlänge)

Verbesserungsbedarf

- Glasfasernetze: Übertragungskapazität (schnellere Modulatoren, Überlagerung mehrerer Wellenlängen in einer Faser, WDM, ...)
- Frequenzkonversion, ...

Was ist Nichtlineare Optik?

- Betrachte zwei metallische stromdurchflossene Leiter: Strom (Elektronen) fließen von einem Leiter zum anderen (Potentialausgleich) \rightarrow Signale in "1" und "2" werden beeinflusst. Auch nicht vorhandene Leiter beeinflussen sich über abgestrahlte elektromagnetische Felder \rightarrow Störung elektrischer Signale
- Betrachte zwei Lichtstrahlen: Keine Wechselwirkung beim Durchdringen \rightarrow störungsfreie Überlagerung. Grund: lineare Wellengleichung

$$(\Delta - k^2) \vec{E} = 0$$

Das Superpositionsprinzip gilt also, k : Wellenzahl. Für ein nichtlineares Material wird auch die Wellengleichung nichtlinear

$$(\Delta - k^2(\vec{E})) \vec{E} = 0$$

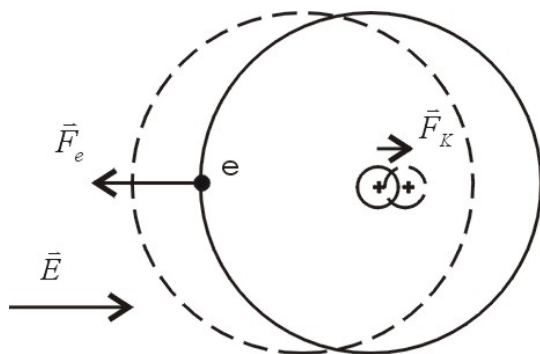
Damit entfällt auch das Superpositionsprinzip, es kommt zur Wechselwirkung von Lichtstrahlen miteinander.

Wozu braucht man Nichtlineare Optik?

- Schalten von Licht mit Licht: optischer Transistor
- rein optische Lichtmodulatoren
- Ablenkung von Lichtstrahlen durch Lichtstrahlen
- Änderung der Lichtfrequenz, z.B. rot → blau (Frequenzverdopplung) oder infrarot → rot (IR-Detektoren), vielfältige Anwendungen z.B. in der Spektroskopie
- Kohärente Kopplung von Lasern (Laserdiodenarrays)
- schnelle Lichtdetektoren
- Umwandlung von inkohärentem in kohärentes Licht
- ...

Überblick : Wechselwirkung von Licht mit Materie

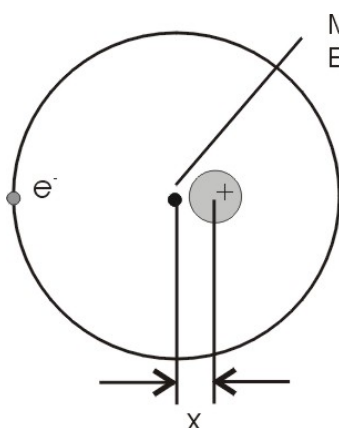
Licht übt auf elastisch gebundene Elektronen (Ladung q) eines Mediums eine Kraft aus:



$$\vec{F} = q \vec{E}$$

E : elektrisches Feld der Lichtwelle

Elektronenschwerpunkt oszilliert um den Kern mit der Amplitude x (eindimensional):



Mittelpunkt der Elektronenbahn

$$d = q x : \text{Dipolmoment}$$

Summe der Dipolmomente pro Volumen:

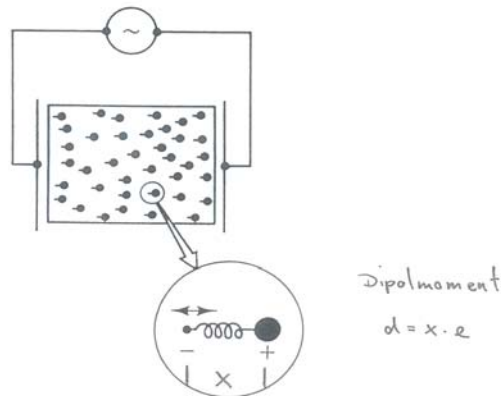


Fig. 1.1 Schematic representation of the motion of bound charges in a dielectric medium which is subject to an electric field alternating at the frequency of visible light. The motion of the ions is insignificant compared to that of the much lighter electrons.

Polarisation $P \sim E$, $P = \epsilon_0 \chi E$ mit ϵ_0 : Dielektrizitätskonstante, χ : Suszeptibilität (Stoffkonstante)

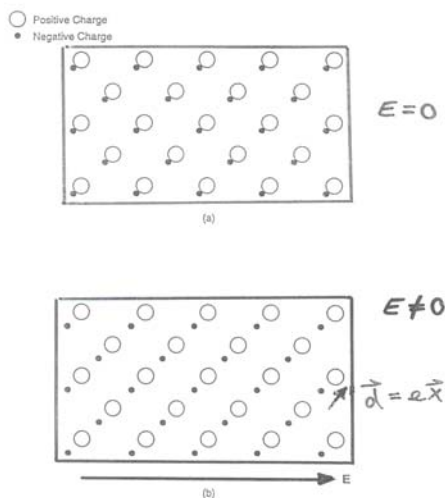


Figure 2 Illustration of the response of a dielectric medium to an applied electric field. (a) No field applied. (b) Field applied.

Isotrope Materialien: χ ist ein Skalar,

$$\vec{P} \parallel \vec{E}$$

Anisotrope Kristalle: χ ist ein Tensor,

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j$$

Polarisation und Feld sind im Allgemeinen nicht parallel

Zusammenhang von Suszeptibilität und Brechungsindex

$$D = \epsilon_0 \epsilon E = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 (1 + \chi) E$$

$$\Rightarrow \chi = \epsilon - 1$$

$$n = \sqrt{\epsilon} \quad : \text{ Brechungsindex}$$

Je größer der Brechungsindex n ist, desto stärker ist ein Material polarisierbar.

Nichtlineare Optik: Materialeigenschaften (Suszeptibilität χ bzw. Brechungsindex n und Absorption α) hängen von der Feldstärke E des Lichts ab.

Feldstärke $|E| \sim \sqrt{I}$, I : Intensität der Welle, "intensitätsabhängige" Eigenschaften
 Wellengleichung wird ebenfalls nichtlinear: es gilt kein Superpositionsprinzip mehr.

Beschreibung durch nichtlineare Polarisation $P = P(E)$, wobei P nun auch von höheren Potenzen von E abhängt

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3 + \dots$$

berücksichtigt man den Vektorcharakter von E und P sowie die Tensoreigenschaften von χ , χ' , χ'' , so gilt

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_j + \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots$$

alternativ:

$$\chi \equiv \chi^{(1)}, \chi' \equiv \chi^{(2)}, \chi'' \equiv \chi^{(3)}$$

$\chi^{(1)}$: lineare Optik

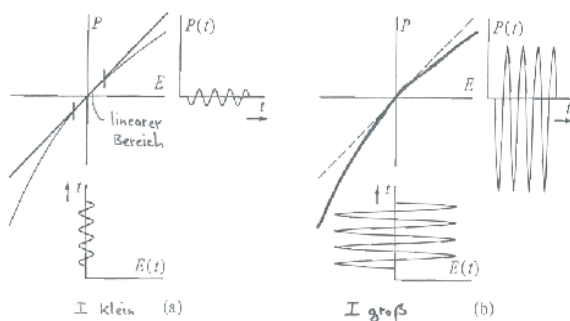
$\chi^{(2)}$: "quadratische" nichtlineare Effekte

$\chi^{(3)}$: "kubische" nichtlineare Effekte



Bloembergen/Scharlow:
 Nobelpreis für Physik 1981

Zurück zum Bild des oszillierenden (ausgelenkten) Elektrons:



große Feldstärken $|E|$: Auslenkung x ist nicht mehr proportional zu $|E|$, aber Polarisation $P \sim x$, Bezeichnung als nichtlineare Polarisation

Fig. 1.3 The effect of a nonlinear dependence of the polarisation P on the electric field E is shown. For small input fields (a), P does not depart significantly from a linear dependence (dashed line). At larger fields (b), the polarisation has a distorted waveform which contains significant components at harmonic frequencies.

Auftreten von höheren Harmonischen

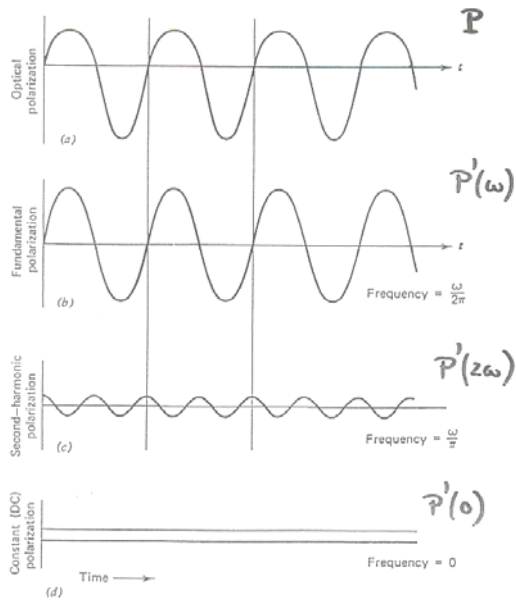
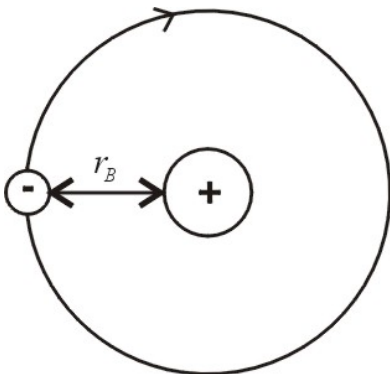


FIGURE 16.3 Analysis of the nonlinear polarization wave (d) of Figure 16.2b shows that it contains components oscillating at (b) the same frequency (ω) as the wave inducing it, (c) twice that frequency (2ω), and (d) an average (dc) negative component.

Elektrische Felder in Materie



Bohrscher Radius :

$$r_B = 4\pi \epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{m_e e^2} \approx 5 \times 10^{-11} \text{ m} \quad (n=1)$$

zugehöriges E-Feld (Grundzustand):

$$E_1 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{e}{r_B^2} \approx 5 \times 10^9 \text{ V/cm}$$

und im 1. angeregten Zustand

$$E_2 = \frac{1}{16} E_1 \approx 3 \times 10^8 \text{ V/cm}$$

Elektrisches Feld einer Lichtwelle

$$I = \frac{cn - \epsilon_0}{2} |E|^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{377 \Omega} |E|^2$$

$$E = 10^9 \text{ V/cm} \Rightarrow I = 1.3 \times 10^{19} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 1.3 \times 10^{15} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$$

Zahlenwerte:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Xenon-Lampen :} \quad I \approx 1 \text{ W/cm}^2 \\ \text{gütegeschaltete Puls laser} \quad I \approx 10^{11} \text{ W/cm}^2 \\ \text{zusätzliche Fokussierung} \quad I_f / I \approx 10^4 \end{array} \right\} I_f \approx 10^{15} \text{ W/cm}^2$$

Modengekoppelte Laser mit zusätzlichem Verstärker : $I \approx 10^{16} - 10^{19} \text{ W/cm}^2$

→ 1961: erster Laser, Beginn der nichtlinearen Optik

Einteilung nichtlinearer optischer (NLO) Effekte nach Ordnung der Nichtlinearität

$$\begin{aligned} P &= \epsilon_0 \chi E \\ &= \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} E \cdot E + \epsilon_0 \chi^{(3)} E \cdot E \cdot E + \dots \\ &= P^{(1)} \quad + P^{(2)} \quad + P^{(3)} \quad + \dots \end{aligned}$$

quadratische ↑
oder $\chi^{(2)}$ -Effekt
↑ kubische oder
 $\chi^{(3)}$ -Effekte

Höhere Ordnungen spielen meist keine Rolle (z.B. $\chi^{(4)}$, $\chi^{(5)}$), da sie von den viel größeren $\chi^{(2)}$ - bzw. $\chi^{(3)}$ -Effekten "verdeckt" werden (aber z.B. Frequenzvervierfachung möglich wenn Phasenanpassung erfüllt ist; demonstriert wurde 134-faches ω)

Beispiele für $\chi^{(2)}$ -Effekte

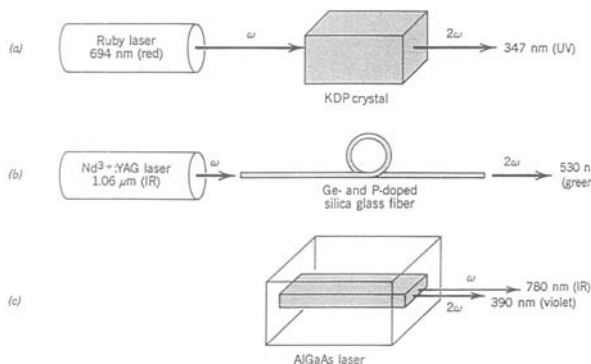


Figure 19.2-2 Optical second-harmonic generation in (a) a bulk crystal; (b) a glass fiber; (c) within the cavity of a semiconductor laser.

Frequenzverdopplung:

$$P^{(2)}(\omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E(\omega) E(\omega)$$

nicht-harmonische Auslenkung der Elektronen eines Mediums bei hohen Feldstärken $E(\omega)$. Schwingungsamplitude der Elektronen enthält hohe Ordnungen, z.B. $P^{(2)}(2\omega)$, $P^{(3)}(3\omega)$ usw. Der Term $P^{(2)}(2\omega)$ wird als frequenzverdoppeltes Licht abgestrahlt.

Optische Gleichrichtung :

$$P^{(2)}(0) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E(\omega) E(-\omega)$$

Bei der Frequenzverdopplung tritt auch die Differenz der beiden eingestrahnten Frequenzen ω und ω auf, d.h. am Kristall wird ein Gleichfeld gemessen.

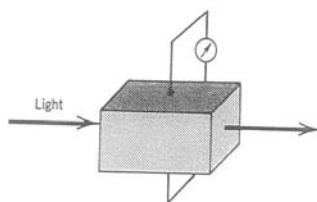


Figure 19.2-3 The transmission of an intense beam of light through a nonlinear crystal generates a dc voltage across it.

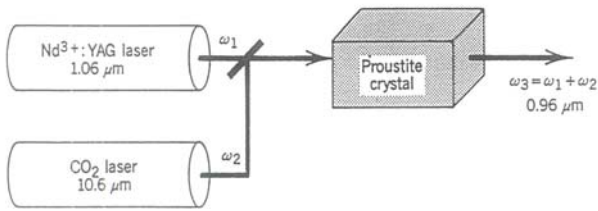


Figure 19.2-5 An example of frequency conversion in a nonlinear crystal.

Parametrische Verstärkung:

$$P^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E(\omega_1) E(\pm \omega_2)$$

In ein NLO Medium werden Frequenzen ω_1 und ω_2 eingestrahlt. Es treten die Summen und Differenzen $2\omega_1, 2\omega_2, \omega_1 \pm \omega_2$ auf. Durch äußere Bedingungen (Phasenanpassung) können alle Frequenzen außer $\omega_1 \pm \omega_2$ unterdrückt werden: ω_1 : Pumpwelle, ω_2 : veränderliche schwache Welle (Abstimmparameter)

Beispiele für $\chi^{(3)}$ -Effekte

Frequenzverdreifung:

$$P^{(3)}(3\omega) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E(\omega) E(\omega) E(\omega)$$



wird benutzt bei Kristallen mit Inversionszentrum ($\chi^{(2)} = 0$) ; es wird die dreifache Frequenz abgestrahlt.

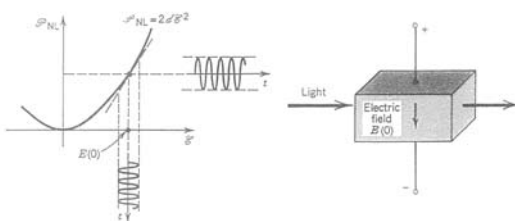


Figure 19.2-4 Linearization of the second-order nonlinear relation $P_{NL} = 2\epsilon_0 \chi^{(2)} E^2$ in the presence of a strong electric field $E(0)$ and a weak optical field $E(\omega)$.

Frequenzverdopplung im äußeren Feld E_0 :

$$P^{(3)}(2\omega) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E(\omega) E(\omega) E_0(0)$$

An den Kristall wird ein konstantes Feld E_0 angelegt: bei Einstrahlen einer Welle $E(\omega)$ tritt die frequenzverdoppelte Welle 2ω auf. Dies bietet die Möglichkeit der Messung NLO Effekte auch bei schwachen Lichtfeldern durch Linearisierung quadratischer Effekte, z.B. $P^{(2)}(\omega) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E(\omega) E_0$

Beschreibung einer Welle in reeller Darstellung mit Amplitude $|A|$ und Phase ϕ_a

$$a(t) = |A| \cos(\omega t + \phi_a)$$

und in komplexer Darstellung als mit der komplexen Amplitude $A = |A| \exp(i\phi_a)$

$$a(t) = A \exp(i\omega t)$$

Diese vereinfachte Darstellung erleichtert die Rechnungen deutlich. Gemeint ist dabei immer, dass für die physikalische relevante Größe $a(t)$ der Realteil der rechten Seite betrachtet wird, d.h. $a(t) = \text{Re}(A \exp(i\omega t))$.

Zeitliche Mittelung komplexer Größen (*: komplex konjugiert)

$$\bar{a} = \langle a \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T a(t) dt \qquad \overline{ab} = \langle ab \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(ab^*)$$

Operatoren

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{pmatrix}$$

$$\text{grad } A \equiv \vec{\nabla} A \qquad A : \text{skalares Feld}$$

$$\text{div } \vec{A} \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \qquad A : \text{Vektorfeld}$$

$$\text{rot } \vec{A} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{A} \qquad A : \text{Vektorfeld}$$