

## 6 Halbleiter

Ein Halbleiter unterscheidet sich von den echten Isolatoren durch den geringeren Energieabstand der Bandlücke. In Halbleitern können Elektronen bzw. Löcher durch thermische Anregung ins Leitungs- bzw. Valenzband gelangen. In einem ersten Abschnitt wird die Bandstruktur der technologisch bedeutsamen Halbleitermaterialien Silizium und Germanium diskutiert sowie auf einige wichtige Methoden zur Bestimmung der Bandverläufe hingewiesen.

Die elektrische Leitfähigkeit wird durch die Konzentration von frei beweglichen Ladungsträgern bestimmt. Dabei unterscheidet man Eigenleitung, bei der die Band-Band-Übergänge entscheidend sind, und die Störstellenleitung, bei der die Leitfähigkeit durch Anregung von Ladungsträgern aus sogenannten Akzeptor- oder Donatorniveaus mit energetischen Lagen nahe den Bandkanten erfolgt. Die Berechnung der Ladungsträgerkonzentrationen und der Lage des Fermi-Niveaus erfolgt im zweiten Abschnitt.

In einem letzten Abschnitt werden Nichtgleichgewichtsreaktionen besprochen, wie sie beim Aneinanderfügen von *n*- und *p*-leitenden Halbleitermaterialien auftreten.

### 6.1 Bandstruktur

Isolatoren und auch Halbleitern besitzen (bei  $T = 0$ ) ein vollständig gefülltes Valenzband (VB) und ein vollständig leeres Leitungsband (LB). Die Fermi-Energie  $E_F$  liegt demnach in der Bandlücke  $E_g$ , die den energetischen Abstand zwischen Valenz- und Leitungsband bezeichnet. Die Größe der Bandlücke ist aufgrund der thermischen Ausdehnung von Festkörpern temperaturabhängig und nimmt mit steigender Temperatur ab.

Bei endlichen Temperaturen ( $T > 0$ ) erfolgt eine thermische Anregung von Elektronen ins Leitungsband; es entstehen gleichzeitig frei bewegliche Löcher im Valenzband. Die Anregungswahrscheinlichkeit ist proportional zum Boltzmann-Faktor  $\exp(-E_g / k_B T)$ :

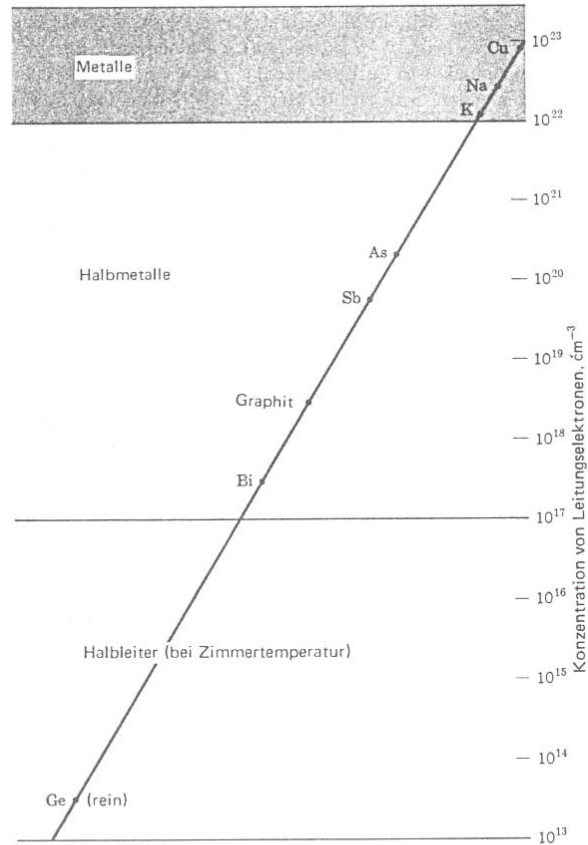
$$\text{guter Isolator, } E_g = 4 \text{ eV:} \quad \exp(-E_g / k_B T) \approx 10^{-35} \quad (T = 300 \text{ K})$$

$$\text{Halbleiter PbTe, } E_g = 0.3 \text{ eV:} \quad \exp(-E_g / k_B T) \approx 10^{-5} \quad (T = 300 \text{ K})$$

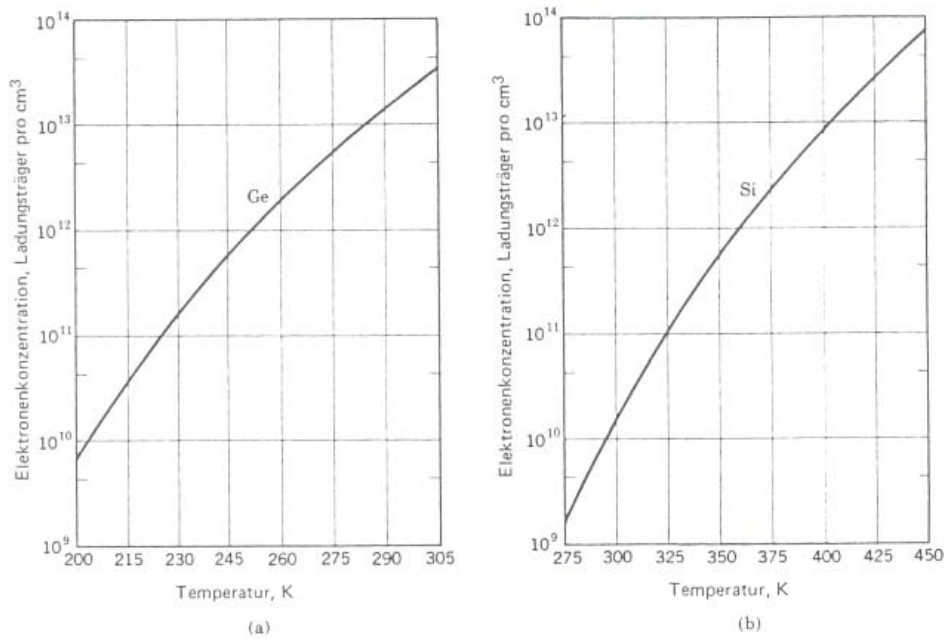
Eine einfache Unterscheidung zwischen Isolatoren und Halbleitern ist über den spezifischen Widerstand möglich. Typische Halbleiter erreichen Werte von  $10^{-2} - 10^9 \Omega\text{cm}$ , während Isolatoren Werte größer  $10^{14} \Omega\text{cm}$  aufweisen. Zu beachten ist hier, dass der spezifische Widerstand stark von der Temperatur abhängt und damit Halbleitereigenschaften zum Teil nur bei entsprechend hohen Temperaturen beobachtet werden. Eine alternative Einteilung ist über die Ladungsträgerkonzentration im Valenzband möglich. Die folgende Abbildung zeigt Werte für reine Materialien. Die tatsächliche Leitfähigkeit wird aber in vielen Fällen durch zusätzliche Dotierung, d.h. durch Störstellenleitung bestimmt.

Wird ein Halbleiter mit Licht bestrahlt, so können Photonen mit Energien größer als die Bandlücke absorbiert werden. Ladungsträger werden so optisch ins Leitungsband angeregt, wenn die Wellenlänge des Lichts ausreichend klein ist

$$\hbar \omega \geq E_g \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \leq \frac{hc}{E_g}$$



**Bild 1** Ladungsträgerkonzentration in Metallen, Halbmetallen und Halbleitern. Der Bereich der Halbleiter kann durch Erhöhen der Konzentration der Fremdatome nach oben ausgedehnt werden. Der Bereich kann auch nach unten ausgedehnt werden und mischt sich eventuell mit dem Isolatorbereich.



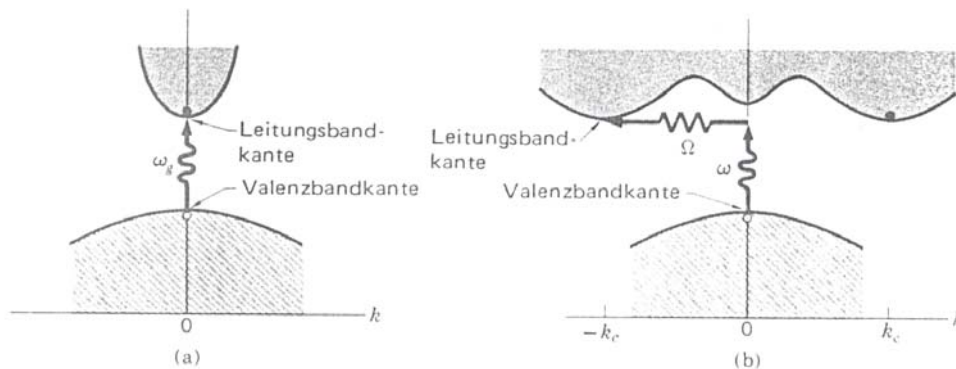
**Bild 3** Elektronenkonzentration bei Eigenhalbleitung als Funktion der Temperatur in Germanium (a) und Silizium (b). Bei Eigenhalbleitung ist die Konzentration der Löcher gleich der Elektronenkonzentration. Da die Energielücke in Germanium (0,64 eV) kleiner ist als in Silizium (1,11 eV), ist die Elektronenkonzentration bei Eigenhalbleitung in Ge größer als in Si. (Nach W. C. Dunlap.)

Für Silizium mit einem Bandabstand  $E_g = 1.14 \text{ eV}$  ( $T = 300 \text{ K}$ ) beträgt die maximale Lichtwellenlänge  $\lambda = 1.09 \text{ }\mu\text{m}$ , für Germanium mit  $E_g = 0.67 \text{ eV}$  ( $T = 300 \text{ K}$ ) erhält man  $\lambda = 1.85 \text{ }\mu\text{m}$ . Durch diese Wellenlänge ist z.B. die spektrale Empfindlichkeit von Photodioden (Si, Ge) oder CCD-Arrays (Si) begrenzt, aber auch der Wirkungsgrad von Photovoltaik-Anlagen (Si).

Bei der optischen Anregung müssen Impuls- und Energieerhaltung erfüllt sein. Aufgrund des sehr kleinen Photonenimpulses  $k_{ph}$  wird der Impuls des angeregten Elektrons jedoch kaum geändert. Optische Übergänge verlaufen daher vertikal im  $E(k)$ -Diagramm. Entscheidend für die optische Absorption ist die Form der Bandlücke. Bei einer direkten Bandlücke liegen sowohl das Maximum der Valenzbandkante als auch das Minimum der Leitungsbandkante bei dem Impulswert  $k = 0$ . Im Fall einer indirekten Bandlücke liegt dagegen das Minimum der Leitungsbandkante bei einem Impuls  $k \neq 0$ . Übergänge sind hier nur möglich, wenn ein Phononenimpuls  $q$  die Impulsänderung  $k_e$  des Elektrons kompensiert. Andererseits kann die Energie des Phonons vernachlässigt werden:

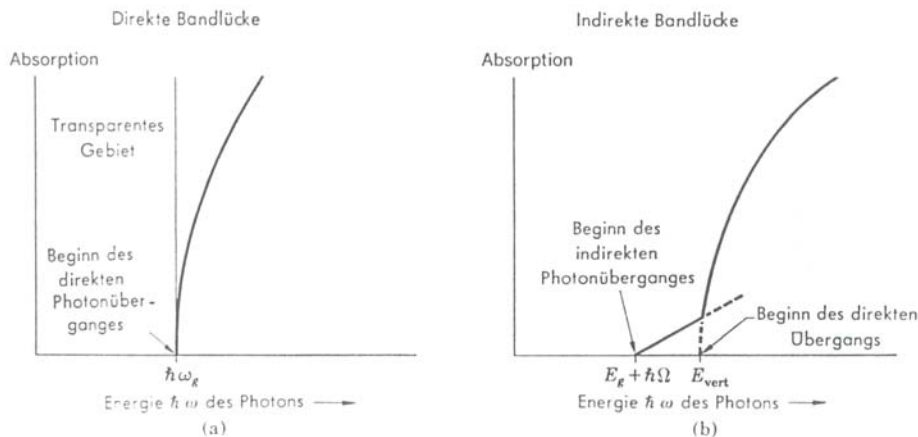
Impulserhaltung  $k_{ph} = k_e + q \cong 0$

Energieerhaltung  $\hbar\omega = E_g + \hbar\omega_q \cong E_g$

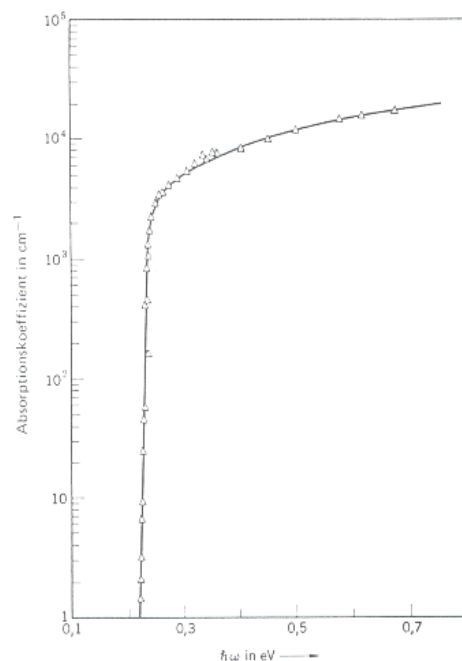


**Bild 5** In (a) liegt der tiefste Punkt des Leitungsbandes bei demselben  $k$ -Wert wie der höchste Punkt des Valenzbandes. Ein direkter optischer Übergang ist eingezeichnet. Dabei ändert sich  $k$  nur unbedeutend, da das absorbierte Photon einen sehr kleinen Wellenvektor besitzt. Die Schwellfrequenz  $\omega_g$  für die Absorption durch direkte Übergänge bestimmt die Energielücke  $E_g = \hbar\omega_g$ . Am indirekten Übergang in (b) sind sowohl ein Photon als auch ein Phonon beteiligt, da die Bandkanten des Leitungs- und des Valenzbandes im  $k$ -Raum weit auseinander liegen. Die Schwellenergie für den indirekten Prozess in (b) ist größer als die tatsächliche Bandlücke. Die Absorptionsschwelle für den indirekten Übergang liegt bei  $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$ .  $\Omega$  ist hier die Frequenz eines emittierten Phonons mit dem Wellenvektor  $\mathbf{K} = -\mathbf{k}_c$ . Bei höheren Temperaturen sind bereits Phononen vorhanden, wenn ein Phonon gemeinsam mit einem Photon absorbiert wird, so beträgt die Schwellenergie  $\hbar\omega = E_g - \hbar\Omega$ . Beachten Sie: Das Bild zeigt nur die Schwellenübergänge. Im allgemeinen können Übergänge zwischen fast allen Punkten der beiden Bänder auftreten, wenn die Wellenvektoren und Energie erhalten bleiben können.

Die Absorption von Photonen ist für direkte und indirekte Bandlücken möglich. Bei sehr niedrigen Temperaturen ist hierzu bei indirekter Bandlücke die Anregung von Phononen erforderlich, während bei höheren Temperaturen auch die Vernichtung von Phononen möglich ist. Die Emission von Photonen ist praktisch nur bei einer direkten Bandlücke möglich, da hier keine Phononen beteiligt sein müssen. Absorptionsprozesse sind auch möglich für Photonenenergien größer als der Bandabstand. Die angeregten Ladungsträger relaxieren unter Abgabe von Energie an Phononen in die Extrema der jeweiligen Bänder. Die optische Absorption erlaubt die präzise Bestimmung von  $E_g$ , insbesondere bei direkten Halbleitern. Bei indirekter Bandlücke ist die Absorptionskante dagegen leicht diffus.

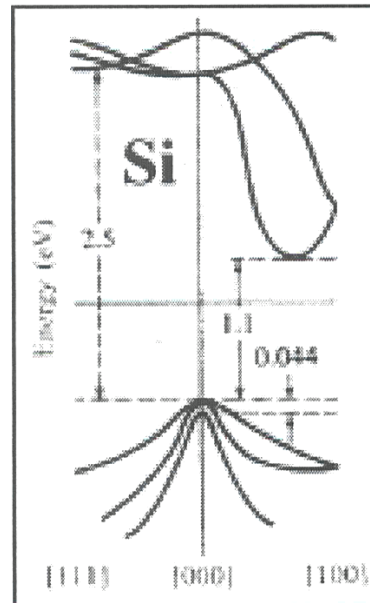


**Bild 4** Optische Absorption in reinen Isolatoren am absoluten Nullpunkt. In (a) bestimmt die Absorptionsschwelle die Größe der Energielücke über  $E_g = \hbar\omega_g$ . In (b) ist die optische Absorption nahe der Schwelle geringer; bei  $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$  wird ein Photon absorbiert und drei Teilchen erzeugt: ein freies Elektron, ein freies Loch und ein Phonon der Energie  $\hbar\Omega$ . In (b) bezeichnet die Energie  $E_{\text{vert}}$  die Schwelle für die Erzeugung eines freien Elektrons und eines freien Lochs, ohne daß ein Phonon beteiligt wäre. So ein Übergang wird vertikal genannt; er entspricht dem direkten Übergang in (a). Diese Darstellung zeigt nicht die Absorptionslinien, die manchmal beobachtet werden und knapp unter der Schwellenenergie liegen. Diese Linien kommen von der Erzeugung eines gebundenen Elektron-Loch-Paares, das ein Exziton genannt wird.

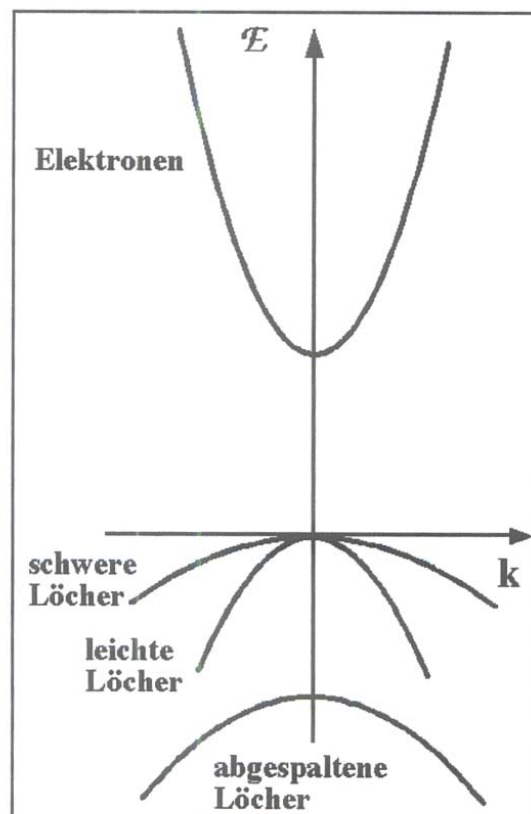


**Bild 6** Optische Absorption in reinem Indiumantimonid InSB. Da sowohl Leitungs- als auch Valenzbandkante in der Mitte der Brillouin-Zone bei  $k = 0$  liegen, ist der Übergang direkt. Bemerkenswert ist die scharfe Schwelle. (Nach G. W. Gobeli und H. Y. Fan.)

Im Folgenden sollen die Bandverläufe der technisch wichtigen Materialien Silizium und Galliumarsenid kurz erläutert werden. Silizium ist (wie Germanium) ein indirekter Halbleiter mit einer Bandlücke  $E_g = 1.14$  eV (Si) bei  $T = 300$  K. Die Valenzbandkante liegt bei  $k = 0$  und ist entartet. Diese Entartung ist die Folge der Spin-Bahn-Kopplung der einzelnen Atome, d.h. sie beruht auf der Aufspaltung in die Zustände  $P_{3/2}$  und  $P_{1/2}$ . Das  $P_{3/2}$ -Niveau und das hieraus hervorgehende Band ist unter Berücksichtigung des Spins vierfach entartet ( $m_j = \pm 1/2, \pm 3/2$ ), das  $P_{1/2}$ -Niveau ist zweifach entartet. Das  $P_{1/2}$  entsprechende Band ist gegenüber  $P_{3/2}$  wegen der Spin-Bahn-Kopplung um 0.044 eV abgesenkt.

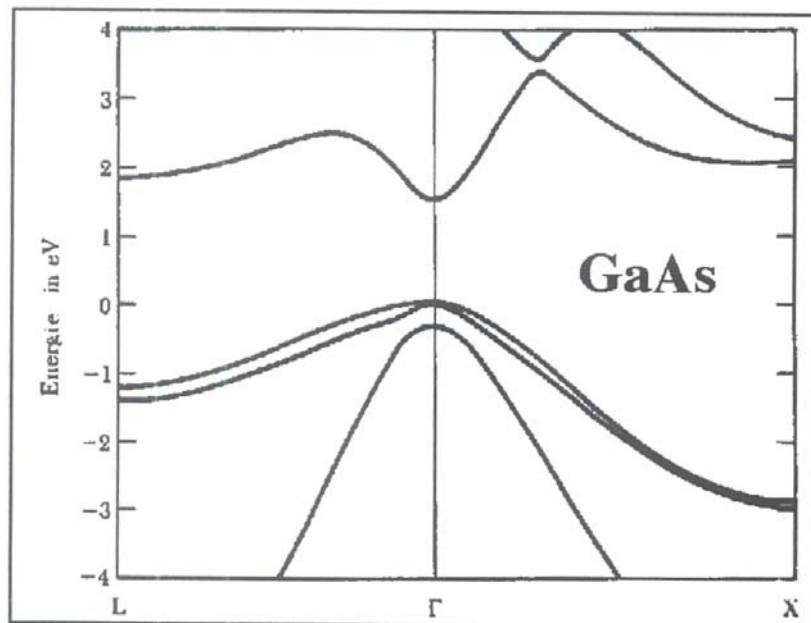


An der Valenzbandkante von Silizium (wie auch für Germanium) fallen zwei Bänder mit unterschiedlicher Krümmung zusammen; man spricht entsprechend von leichten und schweren Löchern. Die zugehörigen Energieflächen („Fermi-Flächen“) sind nahezu sphärisch, so dass eine Zyklotronresonanzmessung unabhängig von der Orientierung des Magnetfeldes ist. Der Begriff „schwer“ ist hier relativ zu den „leichten“ Löchern zu sehen; die schwere effektive Masse ist fast immer geringer als die Masse des freien Elektrons. Die Minima des Leitungsbandes in Silizium liegen entlang der sechs gleichwertigen [100]-Richtungen. Die Energieflächen sind Ellipsoide. Im Fall von Germanium liegen die entsprechenden Ellipsoide entlang der vier gleichwertigen [111]-Richtungen.



In den letzten Jahren entwickeltes poröses Silizium weist eine Nanostrukturierung auf und zeigt erhebliche Abweichungen zu einkristallinem Silizium. Aufgrund der Nanostrukturierung ändert sich die Bandstruktur hin zu einer direkten Bandlücke. Dementsprechend zeigt poröses Silizium Photolumineszenz; es lassen sich in diesem Material Licht emittierende Dioden (LED's) mit Wirkungsgraden von über 1% herstellen.

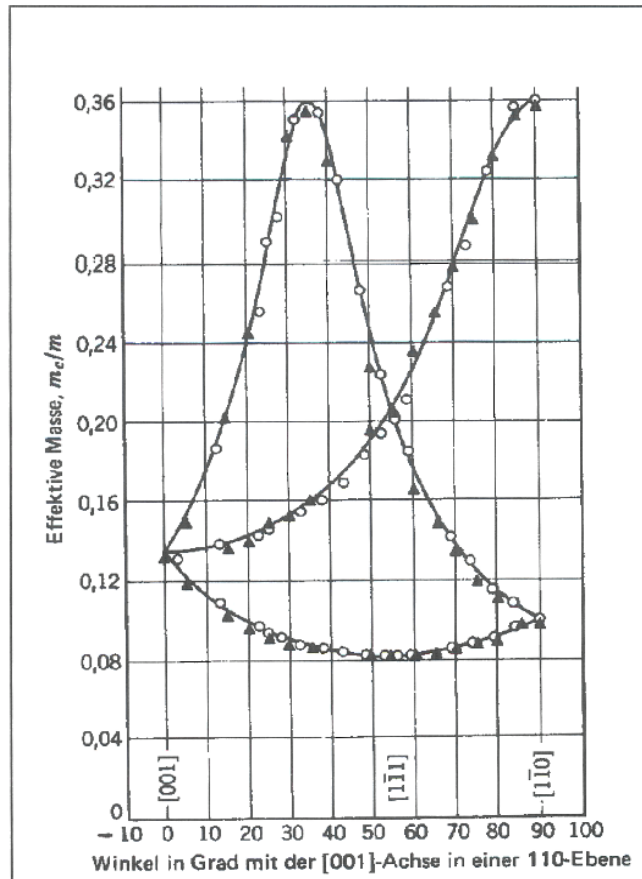
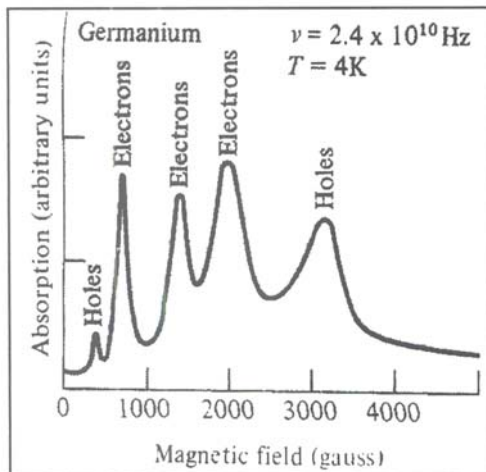
Galliumarsenid (GaAs) ist ein direkter Halbleiter mit einer Bandlücke von  $E_g = 1.43 \text{ eV}$  ( $T = 300 \text{ K}$ ). Die Struktur des Valenzbandes ist ähnlich der von Silizium und Germanium, allerdings liegt nun das Minimum des Leitungsbandes ebenfalls bei der Wellenzahl  $k = 0$ . Daher ist in diesem Fall spontane Strahlungsemission ohne Beteiligung von Phononen möglich; dies erlaubt den Bau von Halbleiterlasern. Tatsächlich sind allerdings in Galliumarsenid die notwendigen Schwellstromdichten für den Laserbetrieb sehr hoch, so dass die thermische Belastung des Materials keine hohen Lebensdauern des Lasers erlaubt. Stattdessen verwendet man häufig Doppelheterostrukturen aus InGaAsP mit deutlich niedrigerer Schwellstromdichte.



Eine Bestimmung der Bandkrümmung bzw. der effektiven Masse der Ladungsträger ist über die Messung der Zyklotronresonanz möglich. Die effektive Zyklotronmasse  $m_c^*$  hängt von den effektiven Massen der Ladungsträger und dem Winkel  $\vartheta$  zwischen der Richtung des Magnetfeldes und der Rotationsachse eines Ellipsoids der Fermi-Fläche ab:

$$\frac{1}{m_c^*} = \frac{\cos^2 \vartheta}{(m_t^*)^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{m_l^* m_l^*}$$

Hierbei sind  $m_t^*$  und  $m_l^*$  die effektiven transversalen und longitudinalen Massen bei Beschleunigung der Ladungsträger entlang der zugehörigen Hauptachsen des Ellipsoids. In Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes werden die den verschiedenen Bändern zuzuordnenden Resonanzen der Elektronen und Löcher beobachtet. Wird für eine bestimmte Resonanz das Magnetfeld konstant gehalten und der Winkel  $\vartheta$  variiert, so lassen sich wie im folgenden Beispiel für Germanium die transversalen und longitudinalen effektiven Massen ermitteln.



## 6.2 Ladungstransport

### 6.2.1 Eigenleitung

In einem reinen Halbleiter wird die elektrische Leitfähigkeit durch die thermische Anregung von Ladungsträgern bestimmt. Die Elektronen- und Löcherdichten seien  $n$  und  $p$  mit den effektiven Massen  $m_e^*$  und  $m_p^*$ . Wählt man als Bezugspunkt  $E = 0$  die Oberkante des Leitungsbandes, so erhält man für die Zustandsdichte der Elektronen im Leitungsband

$$Z_e(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_g}$$

und entsprechend für die Löcherdichte im Valenzband

$$Z_p(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{-E}$$

Die Ladungsträgerdichte ist gleich der Anzahl Ladungsträger  $N$  pro Volumen  $V$ . Die Größe  $N$  erhält man durch Integration des Produktes aus Zustandsdichte und Fermi-Verteilung über das zugehörige Energieintervall. Daher können die Ladungsträgerdichten geschrieben werden als

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_g}^{\infty} \sqrt{E - E_g} \frac{1}{\exp((E - E_F)/k_B T) + 1} dE$$

$$p = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_p^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^0 \sqrt{-E} \frac{1}{\exp((E_F - E)/k_B T) + 1} dE$$

Für den Fall der Eigenleitung hinterlässt jedes angeregte Elektron genau ein Loch im Valenzband, es gilt  $n = p$ . Macht man weiter die berechnete Annahme, dass das Fermi-Niveau  $E_F$  einen Energieabstand  $\Delta E \gg k_B T$  von den beiden Bandkanten hat, so lässt sich die Fermi-Verteilung durch den Boltzmann-Faktor nähern und man erhält

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_g}^{\infty} \frac{\sqrt{E - E_g}}{\exp((E - E_F)/k_B T)} dE \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (k_B T)^{3/2} \frac{1}{\exp((E_g - E_F)/k_B T)} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{\exp(x)} dx \\ &= 2 \left( \frac{m_e^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp(-(E_g - E_F)/k_B T) \end{aligned}$$

Eine entsprechende Gleichung ergibt sich für  $p$ . Nutzt man nun die Beziehung  $n = p$  für Eigenleitung aus, so bekommt man als Ergebnis die Lage des Fermi-Niveaus

$$E_F = \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} k_B T \ln \left( \frac{m_p^*}{m_e^*} \right)$$

Bei gleich großen effektiven Massen der Elektronen und Löcher liegt das Fermi-Niveau genau in der Mitte der Bandlücke. Ganz allgemein, d.h. nicht auf den Fall der Eigenleitung beschränkt, gilt die Beziehung

$$n \cdot p = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_p^*)^{3/2} \exp(-E_g/k_B T)$$

Betrachtet man anschließend wieder den Fall der Eigenleitung,

$$n = \sqrt{np} = 2 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_p^*)^{3/4} \exp(-E_g/2k_B T) \propto \exp(-T_0/T)$$

so sieht man, dass die Ladungsträgerkonzentrationen exponentiell mit der Temperatur anwachsen.

## 6.2.2 Störstellenleitung

Technologische Bedeutung erhalten Halbleiter erst durch die Möglichkeit, durch geeignete Verunreinigungen („Dotierungen“) die Leitfähigkeit gezielt einstellen zu können.



Der Einbau von fünfwertigen Atomen (z.B. P, As, Sb) in z.B. Silizium, Germanium oder Galliumarsenid stellt ein überschüssiges Elektron für den Ladungstransport zur Verfügung. Die zugehörigen Störstellen bezeichnet man als Donatoren. Für das Entleeren dieser Donatoren durch Anregung des Elektrons ins Leitungsband ist nur eine sehr geringe Aktivierungsenergie  $E_d$  erforderlich, d.h. die Lage des Störstellenniveaus  $E_g - E_d$  liegt nur leicht unterhalb der Leitungsbandkante  $E_g$ , oder  $E_d \ll E_g$ .

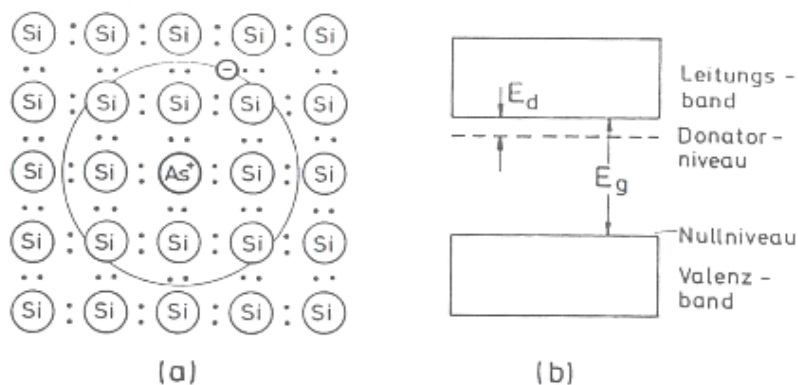


Fig. 3.35 (a) Schematische Darstellung der Wirkung eines As Atoms als Donator in einem Si Kristall, siehe Text. Der „Bohrsche Radius“ der Elektronenbahn ist nicht maßstabsgetreu; er ist in Wirklichkeit mehr als zehnmals so groß wie der gegenseitige Abstand der Si Atome. (b) Energetische Lage des Grundzustands eines Donators.  $E_d$  ist seine Ionisierungsenergie.

Die Größe von  $E_d$  lässt sich in Analogie zum Bohrschen Atommodell für das Wasserstoffatom abschätzen. Hierzu wird wieder die Masse des freien Elektrons durch die effektive Masse des Leitungselektrons ersetzt. Ferner wird angenommen, dass das Elektron über einen größeren Kristallbereich „verschmiert“ ist und daher statt der Vakuumpermeabilität  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon \epsilon_0$  des Halbleitermaterials Berücksichtigung findet. Die Werte für Silizium lauten  $m_e^* = 0.3 m_e$  und  $\epsilon = 11.7$ . Für das Wasserstoffatom gilt

$$E_n = \frac{m_e e^4}{2 (4\pi \epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

und für die Ionisierungsenergie für  $n = 1$  erhält man den bekannten Wert  $E_1 = 13.6 \text{ eV}$ . Daraus ergibt sich eine Aktivierungsenergie der Störstelle in Silizium

$$E_d \approx E_1 \frac{m_e^*}{m_e} \frac{1}{\epsilon^2} \approx 30 \text{ meV}$$

Der zugehörige Bohrsche Radius macht Angaben zur Ausdehnung des (noch gebundenen) Leitungselektrons

$$r_d = \frac{4\pi \epsilon \epsilon_0 \hbar^2}{m_e^* e^2} = \epsilon \frac{m_e}{m_e^*} r_B \approx 20 \text{ \AA}$$

mit dem Bohrschen Radius  $r_B = 0.53 \text{ \AA}$ . Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons erstreckt sich also über viele Elementarzellen.

In analoger Form lassen sich auch dreiwertige Atome wie etwa B, Al, Ga oder In einbauen und erzeugen so Akzeptorstörstellen. Es entstehen nahezu frei bewegliche Löcher als Ladungsträger. Die energetische Lage ist knapp oberhalb der Valenzbandkante.

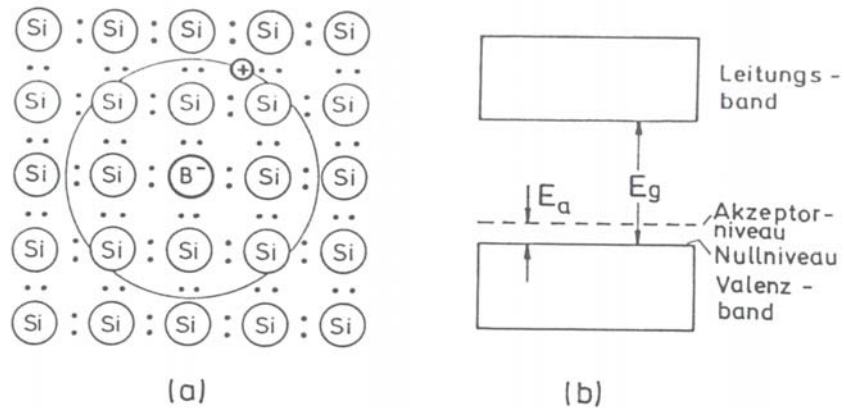


Fig. 3.36 (a) Schematische Darstellung der Wirkung eines B Atoms als Akzeptor in einem Si Kristall, siehe Text. (b) Lage des Grundzustands eines Akzeptors.  $E_a$  ist seine Ionisierungsenergie.

Baut man gleich viele Donatoren wie Akzeptoren in den Halbleiter ein, so heben sie sich in ihrer Wirkung gegenseitig auf – die von den Donatoren zur Verfügung gestellten Elektronen würden vollständig von den Akzeptorniveaus eingefangen. Eine Störstellenleitung erfordert also immer ungleiche Dotierungskonzentrationen. Bei dominierenden Donatoren erhält man Elektronenleitung und sogenannte  $n$ -Halbleiter, bei überwiegender Akzeptorstörstellen entsprechend  $p$ -Halbleiter mit Löcherleitung. Aufgrund der thermischen Anregung und der damit verbundenen Eigenleitung besitzt aber auch ein  $n$ -Halbleiter eine geringe Konzentration frei beweglicher Löcher. Diese bilden die sogenannten Minoritätsladungsträger, während die Elektronen die Majoritätsladungsträger darstellen. In einem  $p$ -Halbleiter sind die Verhältnisse gerade umgekehrt; hier bilden die Löcher die Majoritäts- und die Elektronen die Minoritätsladungsträger.

Für die Beschreibung des Ladungstransports unterscheidet man zwischen den Konzentrationen gefüllter und entleerter Donator- bzw. Akzeptorniveaus. Der Index „0“ bezeichnet dabei die neutrale, also entleerte Störstelle, die Indizes „+“ und „-“ geben das Ladungsvorzeichen gefüllter Störstellen an:

$$n_D = n_D^0 + n_D^+$$

$$n_A = n_A^0 + n_A^-$$

Die zu fordernde Ladungsneutralität ist dann gleichbedeutend mit

$$n + n_A^- = p + n_D^+$$

Gesucht wird wie auch bei der Eigenleitung nach der Lage des Fermi-Niveaus. Betrachtet man zunächst die Donatoren, so wird die Besetzung von entleerten und gefüllten Störstellen durch die Fermi-Verteilung bestimmt:

$$n_D^0 = n_D \frac{1}{\exp((E_g - E_d - E_F)/k_B T) + 1}$$

Da das Fermi-Niveau  $E_F$  in der Nähe der Leitungsbandkante liegt, kann die Eins im Nenner in diesem Fall nicht vernachlässigt werden. Die Dichte der entleerten Donatorniveaus ist dann

$$n_D^+ = n_D - n_D^0 = n_D \frac{1}{\exp(-(E_g - E_d - E_F)/k_B T) + 1}$$

In analoger Weise erhält man die Dichte der ionisierten Akzeptorniveaus

$$n_A^- = n_A - n_A^0 = n_A \frac{1}{\exp(-(E_F - E_a)/k_B T) + 1}$$

Hieraus und mit den zuvor abgeleiteten Gleichungen für die Dichten  $n$  und  $p$  bekommt man eine Bestimmungsgleichung für die Fermi-Energie  $E_F$  ( $n$ ,  $p$ ,  $n_A$ ,  $n_D$ ). Diese ist jedoch nur numerisch oder graphisch zu lösen. Daher soll hier der einfache Fall eines  $n$ -Halbleiters bei nicht zu hohen Temperaturen betrachtet werden. Dies erlaubt die Näherungen  $n \gg p$  und  $n_D \gg n_A$ , die Bedingung zur Ladungsneutralität reduziert sich auf  $n = n_D^+$ . Als Ergebnis erhält man

$$E_F = E_g - E_d + k_B T \ln \left( \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4n_D}{n_0(T)} \exp(E_d/k_B T)} - 1 \right) \right)$$

$$n = \frac{2n_D}{1 + \sqrt{1 + \frac{4n_D}{n_0(T)} \exp(E_d/k_B T)}}$$

mit der temperaturabhängigen Konstante

$$n_0(T) = 2 \left( \frac{m_e^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

Bei nicht zu hohen Temperaturen werden die Ausdrücke dominiert durch die Terme, welche die Exponentialfunktion enthalten, und man erhält als Näherung

$$E_F \approx E_g - \frac{1}{2} E_d + \frac{1}{2} k_B T \ln \left( \frac{n_D}{n_0(T)} \right)$$

$$n \approx \sqrt{n_D n_0(T)} \exp(-E_d/2k_B T)$$

Die Fermi-Energie liegt also für  $T = 0$  in der Mitte zwischen dem Störstellenniveau und der Leitungsbandkante. Bei hohen Temperaturen macht sich die Eigenleitung mehr und mehr bemerkbar und das Fermi-Niveau wandert wieder in die Mitte der Bandlücke.

### 6.3 Nichtgleichgewichtsreaktionen

Für fast alle Anwendungen der Mikroelektronik werden Halbleiter benötigt, bei denen die Dotierung und damit das Ladungsvorzeichen der Majoritätsladungsträger sich räumlich ändern. Den einfachsten Fall eines inhomogenen Halbleiters erhält man, wenn ein  $p$ - und ein  $n$ -leitender Halbleiterbereich in direkten Kontakt miteinander gebracht werden. In einem solchen  $pn$ -Übergang diffundieren die jeweiligen Majoritätsladungsträger in den anderen Halbleiterbereich und rekombinieren dort mit den entgegengesetzt geladenen Majoritätsladungsträgern. Hierdurch nimmt die Dichte der freien Ladungsträger in der Kontaktschicht stark ab, man spricht von einer Verarmungsschicht. Auf der  $n$ -leitenden Seite bleibt ein Überschuss an positiv geladenen ionisierten Donatoren zurück, während in dem  $p$ -leitenden Bereich entsprechend negativ geladene, entleerte Akzeptorniveaus zurückbleiben. Als Folge baut sich ein Raumladungsfeld auf, welches der weiteren Diffusion von Majoritätsladungsträgern entgegengerichtet ist. Die Größe des Raumladungsfeldes hängt ab von der sich aufbauenden Diffusionsspannung  $V_D$  und der Breite der Verarmungsschicht.

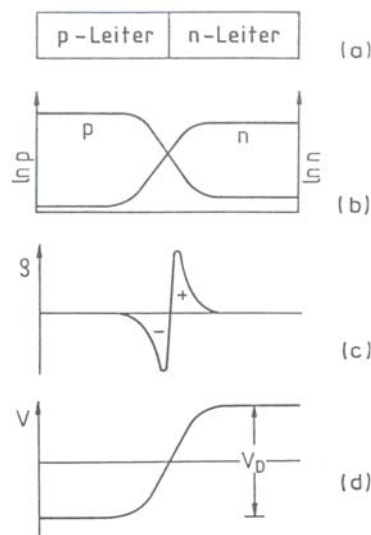


Fig. 3.38  
 Elektronendichte  $n$  und Lochdichte  $p$ , elektrische Raumladungsdichte  $\rho$  sowie elektrostatisches Potential  $V$  in der Grenzschicht zwischen einem  $p$ - und  $n$ -Leiter

Betrachtet man das Bandschema eines  $pn$ -Übergangs, so kommt es beim Aneinanderfügen von  $p$ - und  $n$ -Bereich zu einer Verbiegung von Valenz- und Leitungsband. Die energetischen Lagen der Donator- und Akzeptorniveaus bleiben konstant, genauso wie die Größe der Bandlücke. Das Fermi-Niveau muss sich jedoch in den beiden Bereichen angleichen.

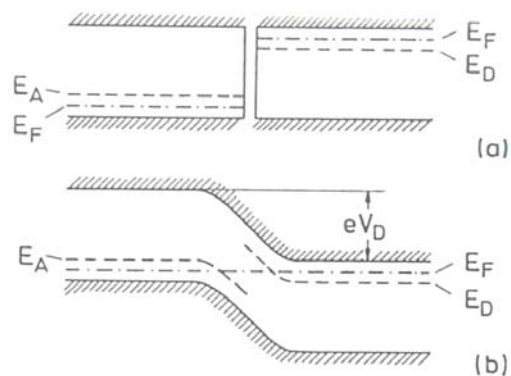


Fig. 3.39 Bänderschema eines  $p$ - $n$ -Übergangs, siehe Text.  $E_F$  Fermi-Niveau,  $E_A$  Akzeptorniveau,  $E_D$  Donatorniveau,  $V_D$  Diffusionsspannung

Im thermischen Gleichgewicht fließen in einem  $pn$ -Übergang stets Ströme durch Löcher- und Elektronenleitung. Man unterscheidet dabei die Generationsströme  $I_{e,g}$  und  $I_{p,g}$  durch Minoritätsladungsträger, sowie die Rekombinationsströme  $I_{e,r}$  und  $I_{p,r}$  durch Majoritätsladungsträger. Die Größe der Rekombinationsströme wird bestimmt durch die Anzahl der Ladungsträger, deren Energie ausreicht, die Potentialbarriere  $eV_D$  des  $pn$ -Übergangs zu überwinden. Im Gleichgewicht, das heißt ohne eine äußere, an den  $pn$ -Übergang angelegte Spannung, gilt

$$I_{e,g}(0) + I_{e,r}(0) = 0 \quad \text{und} \quad I_{p,g}(0) + I_{p,r}(0) = 0$$

Hier meint (0) den spannungslosen Fall  $U = 0$ . Bei Anlegen einer elektrischen Spannung an den  $pn$ -Übergang wird das Gleichgewicht gestört; hierbei fällt die Spannung  $U$  fast vollständig an der Verarmungsschicht mit ihrer sehr geringen Leitfähigkeit ab. Im Folgenden werden der Sperrfall (Spannung  $U < 0$ ) und der Durchlassfall (Spannung  $U > 0$ ) betrachtet.

Bei negativer äußerer Spannung  $U < 0$  gilt für die Rekombinations- und Generationsströme der Elektronen

$$I_{e,r}(U) = I_{e,r}(0) \exp(-e|U|/k_B T)$$

$$I_{e,g}(U) = I_{e,g}(0)$$

d.h. der Generationsstrom bleibt durch die Spannung unbeeinflusst. Der Gesamtstrom ist dann

$$I_e = I_{e,r}(U) + I_{e,g}(U) = I_{e,g}(0) (1 - \exp(-e|U|/k_B T))$$

Bei Anlegen einer negativen Spannung gilt also immer  $I_e < I_{e,g}(0)$ : Der  $pn$ -Übergang sperrt den Stromfluss. Im Fall einer positiven angelegten Spannung  $U > 0$  gilt

$$I_e = I_{e,r}(0) \exp(eU/k_B T) + I_{e,g}(0) = I_{e,g}(0) (\exp(eU/k_B T) - 1)$$

Der Strom nimmt exponentiell mit der angelegten Spannung zu. Berücksichtigt man in beiden Fällen noch den Strombeitrag durch die Löcherleitung, so erhält man die beiden Gleichungen für den Sperr- und Durchlassfall:

$$I = I_e + I_p = (I_{e,g}(0) + I_{p,g}(0)) (1 - \exp(-e|U|/k_B T)) \quad , \quad U < 0$$

$$I = I_e + I_p = (I_{e,g}(0) + I_{p,g}(0)) (\exp(eU/k_B T) - 1) \quad , \quad U > 0$$

Die Gleichungen ergeben als Resultat die  $I(U)$ -Kennlinie des  $pn$ -Übergangs, die auch als Diodenkennlinie bezeichnet wird.